

文章编号: 1000-8055(2002)05-0605-05

转动壳体外压屈曲的有限元分析

曹 航 朱梓根

(北京航空航天大学 动力系, 北京 100083)

摘要: 由于转动离心力的影响, 壳体的屈曲临界压力随转速的提高而升高。本文推导了转动壳体线性屈曲的有限元公式, 并用 DMAP 语言编制相应的程序修改 MSC/NASTRAN 的解题步骤考虑离心力完成了分析。还利用 MSC/NASTRAN 的几何非线性分析功能完成了有初始几何缺陷转动壳体的有限元分析, 计算后屈曲的载荷—变形曲线, 得出不同转速下的缺陷敏感度曲线。

关键词: 转动壳体; 离心力; 有限元法; 屈曲; 几何缺陷

中图分类号: V 231.9

文献标识码: A

Finite Element Method Analysis of Rotating Shell Buckling

CAO Hang, ZHU Zi-gen

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Due to the effect of centrifugal force the buckling critical pressure of rotating shells is higher than that of non-rotating shells. The linear buckling finite element equations of rotating shells are established in this paper. The finite element program MSC/NASTRAN is used to analyse the rotating shells linear buckling and the solution sequence is modified by DMAP (Direct Matrix Abstraction Program) to take into account the effect of centrifugal force. Nonlinear buckling and post buckling behaviors of rotating shells are analysed by geometric nonlinear finite element method, and the effect of centrifugal force is considered by different load-step. The initial geometrical imperfection also is discussed in this paper.

Key words: rotating shells; centrifugal force; FEM; buckling; geometrical imperfection

1 引言

转动壳体在工程上应用十分广泛, 例如航空发动机中的盘—鼓结构、高速转动的薄壁轴、空气导管、篦齿密封组件等。这些壳体结构具有重量轻、承载能力大等优点, 但某些壳体部件例如空气导管在外压等载荷作用下极易发生屈曲, 导致结构的破坏。

壳体转动时, 由离心力产生的初应力加强了结构的刚度, 使屈曲临界压力提高。另外, 结构的变形会随离心力发生变化, 这部分与变形有关的离

心力在用有限元法求解时应放在方程的左端, 其系数矩阵称为离心刚度矩阵。虽然离心刚度的影响比初应力小, 但转速较高时也是不可忽略的。

对不转动壳体的屈曲问题已有许多研究, 但对转动壳体在外压作用下的屈曲问题却很少有研究。本文在有限元软件 MSC/NASTRAN 的基础上加入由离心力引起的初应力矩阵与离心刚度矩阵, 对转动壳体的屈曲问题进行了分析, 并用程序的几何非线性功能分析了初始几何缺陷对转动壳体屈曲临界压力的影响。

收稿日期: 2001-10-21; 修订日期: 2001-12-25

作者简介: 曹航(1971-), 男, 辽宁沈阳人, 北京航空航天大学动力系硕士生。

2 线性屈曲

2.1 有限元方程

基于小变形假设的线性屈曲理论忽略了屈曲前结构的变形, 这时求解屈曲临界压力变为求矩阵特征值问题。对于转动壳体, 还应该考虑离心力的影响, 屈曲方程为:

$$[K_0 + K_{\sigma}^{\Omega} - K_c + \lambda K_{\sigma}^p] = 0 \quad (1)$$

式中, $[K_0]$ 为结构的线性刚度矩阵; $[K_{\sigma}^{\Omega}]$ 和 $[K_{\sigma}^p]$ 分别为离心力和外压的初应力矩阵; $[K_c]$ 为离心刚度矩阵, 它的具体表达形式可以按以下的方法推导。

设节点 i 的质量为 m_i , 变形前的坐标

$$\vec{r}_i = \{x_i \ y_i \ z_i\}^T$$

变形为:

$$\vec{\delta}_i = \{u_i \ v_i \ w_i\}^T$$

设转动角速度的大小为 Ω , 旋转方向的单位向量为:

$$\vec{a} = \{a_x \ a_y \ a_z\}^T$$

则该点的离心力为:

$$\begin{aligned} \vec{F}_i = & -m_i \Omega^2 \vec{a} \times [\vec{a} \times (\vec{r}_i + \vec{\delta}_i)] = \\ & -m_i \Omega^2 \vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{r}_i) - m_i \Omega^2 \vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{\delta}_i) \\ & (\vec{a} \times \vec{\delta}_i) = \vec{F}_i^I + \vec{F}_i^{II} \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 式右端由两部分组成, $\vec{F}_i^I$ 是节点在变形前的位置时的离心力, 为常数; $\vec{F}_i^{II}$ 为节点在变形后的位置时由于变形引起的离心力变化, 与变形呈线性关系, 就是前面提到的离心刚度, 将其写成矩阵的形式为:

$$\vec{F}_i^{II} = m_i \Omega^2 \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} =$$

$$m_i \Omega^2 [S]^T [S] \{\delta_i\} \quad (3)$$

将所有节点的离心力按列向量排列, 并将各点的自由度扩展到 6 个 (三个转动方向的离心力为零), 得到整个结构由于变形引起的离心力变化为:

$$\{F\}^{II} = \Omega^2 [M] [S]^T [S] \{\delta\} \quad (4)$$

式中, $[M]$ 为结构的集中质量矩阵:

$$[S] =$$

$$\begin{bmatrix} [S] & & & \\ & [0] & & \\ & & \ddots & \\ & & & [S] \\ & & & & [0] \end{bmatrix}_{6N \times 6N}$$

(N 为节点总数)

因此, 结构的离心刚度矩阵为:

$$\begin{aligned} [K_c] = & \Omega^2 [M] [S]^T [S] = \\ & -\Omega^2 [M] [S] [S] \end{aligned} \quad (5)$$

2.2 方程求解

目前流行的商用有限元软件都提供了二次开发的接口, 使用户可以在现有程序的基础上进行自己的开发工作, 避免了许多重复性的工作。本文的程序就是在 MSC/NASTRAN 的基础上开发完成的。

用 MSC/NASTRAN 的静力分析功能计算结构在离心载荷作用下的变形。当程序执行到汇集总体刚度矩阵 $[K_0]$ 与集中质量矩阵 $[M]$ 后, 插入形成矩阵 $[S]$ 和离心刚度矩阵 $[K_c]$ 的程序, 并执行矩阵操作 $[K_0] = [K_0] - [K_c]$ 。然后继续执行程序原有的解题步骤直至求出结构的位移 $\{\delta\}$ 。再插入计算初应力矩阵 $[K_{\sigma}^{\Omega}]$ 的程序, 并执行矩阵操作 $[K_0] = [K_0] + [K_{\sigma}^{\Omega}]$ 。最后, 将修改后的刚度矩阵 $[K_0]$ 保存在数据库中, 作为重新启动的输入数据。程序的执行过程见图 1, 图中虚框中的内容为自编程序, 其余部分为 MSC/NASTRAN 静力分析的解题步骤。

MSC/NASTRAN 具有很强的重新启动功能, 可以在不同的求解类型间重新启动。利用重新启动功能将静力分析时保存在数据库中修改过的刚度矩阵直接输入到线性屈曲的解题过程中进行特征值分析求得屈曲临界压力。

2.3 算例

两端简支承受外压作用的圆柱壳, 半径 $R = 0.065 \text{ m}$, 长 $L = 0.69 \text{ m}$, 厚度 $t = 0.00145 \text{ m}$, 材料密度 $\rho = 4540 \text{ kg/m}^3$, 弹性模量 $E = 0.98 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 。

不转动时临界压力解析解为 $q_{cr} = 0.667 \text{ MPa}^{[1]}$, 沿周向的屈曲波数为 $m = 2$ 。本文的有限元解为 0.655 MPa , 相对误差为 1.799% , 屈曲波形相同。

通过计算得出屈曲临界压力 q_{cr} 随转速 n 变

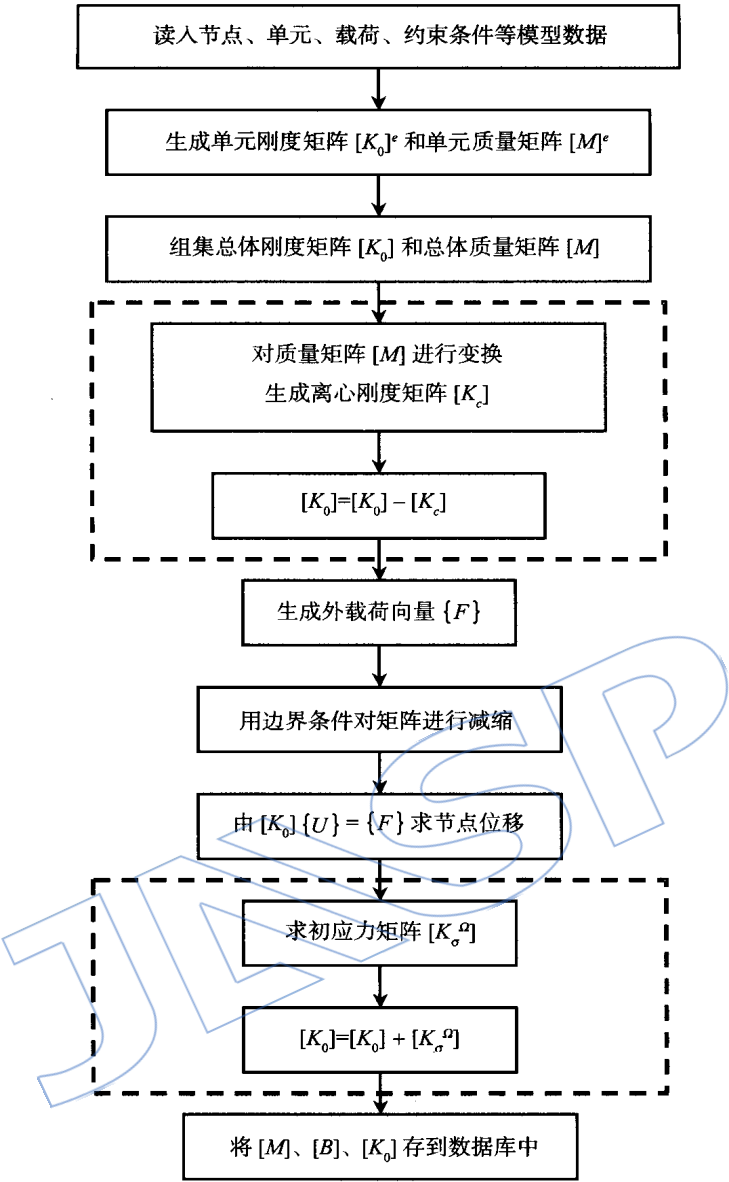


图 1 程序框图

Fig 1 Program frame

化的曲线见图 2。图中曲线(1)考虑了离心刚度的影响, 是本文的计算方法; 曲线(2)没有考虑离心刚度, 只考虑了离心力引起的初应力矩阵的影响; 曲线(3)则是将离心力等效为 $\rho R \omega^2$ 的内压加到不转动时壳体的临界压力上。

从图中看出, 当转速较高时如不考虑离心刚度的影响得到的临界压力结果偏高, 这在结构的设计中是十分危险的。曲线(2)与(3)的差别主要由于壳体两端的径向约束使应力沿轴向分布不均匀引起的。

3 几何缺陷对转动壳体屈曲临界压力的影响

3.1 求解方法

在线性屈曲的理论中, 假设壳体在几何上是完善的。但实际的壳体都是有缺陷的, 而几何缺陷会影响到屈曲的临界压力。

尽管实际的缺陷形状是随机的, 但为了研究的方便许多文章^[1~7]采用了“波形缺陷”的概念, 即假设缺陷的形状与某阶屈曲波形相同, 研究缺陷幅值对屈曲临界载荷的影响。

由于缺陷的存在使屈曲由完善壳体的分支型变为极值型, 结构屈曲前已经有很大的变形, 不能再按照线性屈曲理论将其忽略, 需要用大变形几

何非线性的有限元方法进行计算。

对转动壳体的屈曲, 还要考虑由离心力引起的初应力矩阵和离心刚度矩阵。由于非线性有限元是采用增量形式的方程进行迭代求解的, 一般将载荷分成几个加载步, 因此这里利用这种加载特点来考虑转动的影响。在第一个载荷步内施加旋转的离心力; 从第二个载荷步开始施加外压, 同时保持离心力不变。这种加载方法相当于将离心力引起的初应力矩阵加到了结构的切线刚度矩阵内。由前面的分析可知, 离心刚度是由结构变形引起的离心力变化, 而在几何非线性有限元分析中可以通过选择“跟随力 (following force)”考虑由于结构变形对载荷的影响, 也就是考虑到了离心刚度的影响。

由此可见, 利用几何非线性功能对转动结构进行分析时, 不需要对有限元程序进行任何修改, 只需通过对适当的加载步骤和跟随力的选择就可完成所要求的功能。

另外, 由于极值点附近切线刚度矩阵接近奇异, 用控制载荷增量的迭代方法不易收敛, 目前的有限元程序一般用弧长法^[8,9]进行迭代。

3.2 算例

对 2.3 中的圆柱壳, 设缺陷的形式为 $w^* = A \cdot t \cdot \cos(2\theta) \cdot \sin(\pi z/L)$, 与屈曲波形相同。其中 A 为缺陷的幅值。根据对称性, 沿周向取 $1/4$ 圆周, 轴向取 $L/2$ 的长度做为计算模型。

分别取 $A = 0.1, 0.2, \dots, 1.0$; 转速 $n = 0, 2000, 4000, \dots, 16000$ r/min 进行计算。当转速 $n = 0$ 和 10000 r/min 时不同几何缺陷圆柱壳受外压作用时的径向变形 ($\theta = \pi/2, z = L/2$ 处) 与外压的关系见图 3(a) 和 (b)。其他转速时的压力—变形曲线的形状与上述两个转速相似, 只是压力值有变化。

不同缺陷幅值时屈曲临界压力与转速的关系见图 4, 图 5 为不同转速下屈曲临界压力与缺陷幅值的关系。

从图 3~图 5 中看出, 屈曲临界压力随转速的提高而升高, 随缺陷幅值的增加而下降。不同转速下的压力—变形曲线相似, 不同转速的离心力相当于在不转动时的临界压力上加了一个常数。

一般将有缺陷结构的临界压力与完善结构临界压力的比值和缺陷幅值 A 的关系曲线定义为缺陷敏感度曲线, 转动壳体不同转速下的缺陷敏感度曲线见图 6。从图中看出缺陷敏感度曲线的下降趋势随转速的增大而减小, 即转速的提高使

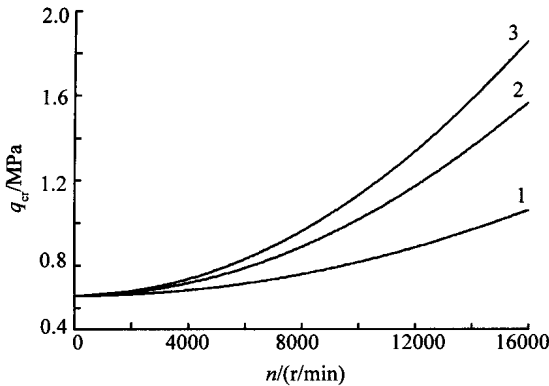
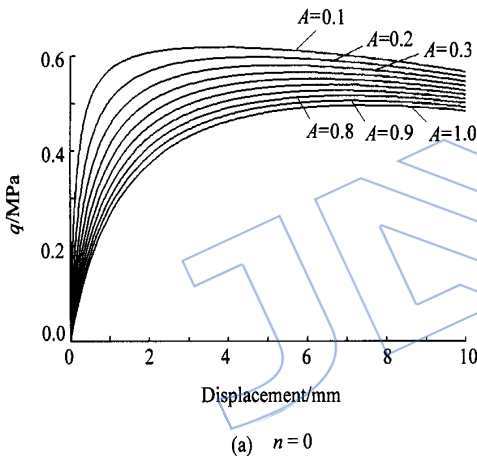
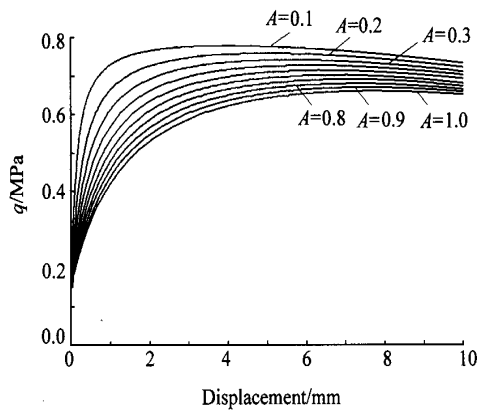


图 2 临界压力随转速的变化

Fig. 2 Variation of critical pressure with rotating speed



(a) $n = 0$



(b) $n = 1000$ r/min

图 3 不同转速下的压力—挠度曲线

Fig. 3 Pressure V. S. deformation with different rotating speed

壳体对缺陷的敏感度下降, 离心力的影响使结构得到了强化。

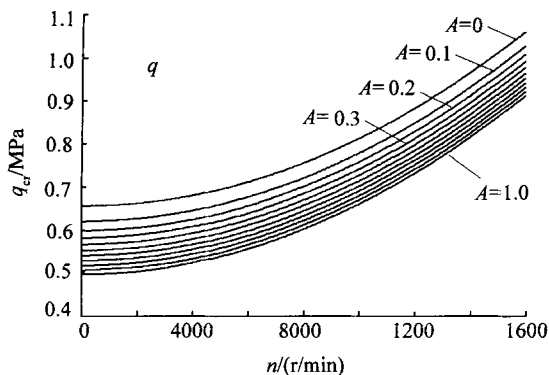


图 4 不同缺陷的 q_{cr} - n 曲线

Fig 4 Critical pressure V. S rotating speed with different imperfection

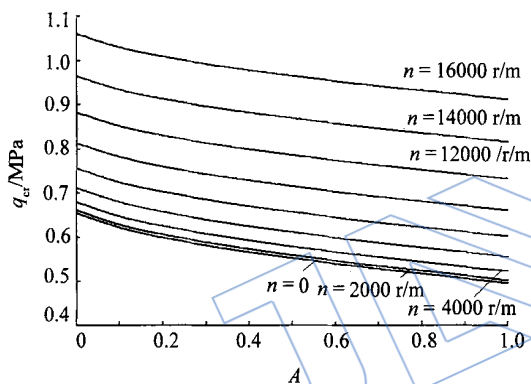


图 5 不同转速的 q_{cr} - A 曲线

Fig 5 Critical pressure V. S imperfection with different rotating speed

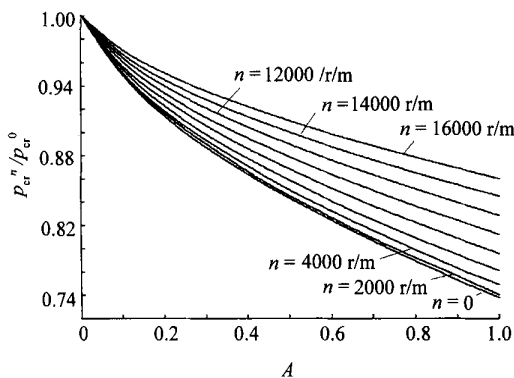


图 6 缺陷敏感度曲线

Fig 6 Imperfect sensitivity curves of rotation shells with different rotating speed

4 结 论

本文通过对 MSC/NASTRAN 的修改, 加入由于转动引起的初应力矩阵与离心刚度矩阵, 对转动壳体在外压作用下的线性屈曲临界载荷进行了分析。通过分析发现, 如果不考虑离心刚度或只将离心力等效为外压进行处理所得到的屈曲临界压力偏高, 特别当转速较高时的偏差更大。这在考虑转动的壳体屈曲临界压力的设计中是十分危险的。

另外, 本文还利用非线性有限元的方法对考虑缺陷影响的转动壳体进行了分析, 说明了以加载的方式考虑转动影响的可行性。通过分析发现, 某一转速下各种缺陷幅值壳体的临界压力与不转动时同一缺陷幅值时的临界压力差值为常数。即离心力对屈曲临界压力的影响只与转速有关, 与结构的缺陷无关。

参考文献

- [1] 陈铁云. 结构的屈曲[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1993
- [2] 周承倜. 薄壳弹性稳定性理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1979
- [3] Bisagni C. Numerical Analysis and Experimental Correlation of Composite Shell Buckling and Post-Buckling[J]. Composites Part B 31, 2000: 655- 667.
- [4] Chou S M, Chai G B, Ling L. Finite Element Technique for Design of Stub Columns[J]. Thin-Walled Structures 37, 2000: 97- 112
- [5] Mostafa Kheyrkhan Ralf Peek. Postbuckling Analysis and Imperfection Sensitivity of General Shells by the Finite Element Method[J]. International Journal of Solids and Structures 36, 1999: 2641- 2681.
- [6] Kim K, Voyiadjis G Z. Buckling Strength Prediction of CFRP Cylindrical Panels Using Finite Element Method[J]. Composites Part A 30, 1999: 1093- 1104
- [7] Hui-shen Shen. Postbuckling Analysis of Imperfect Stiffened Laminated Cylindrical Shells under Combined External Pressure and Thermal Load[J]. Int. J. Mech. Sci. 1998, 40 (4): 339- 355
- [8] 何君毅. 工程结构非线性问题的数值解法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994
- [9] MSC/NASTRAN Nonlinear Analysis Seminar Notes[R]. The MacNeal-Schwendler Corporation, May 1994

(责任编辑 王震华)